Zomercursus Wiskunde A

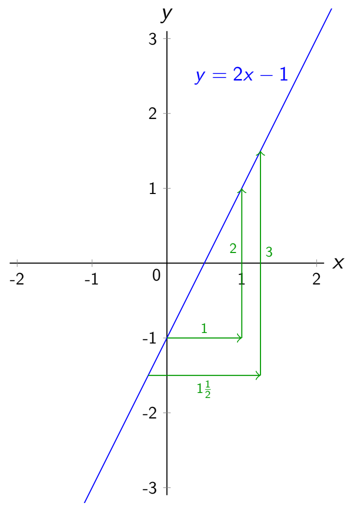
Week 1, les 4

Korteweg-de Vries Instituut voor Wiskunde
Faculteit der Natuurwetenschappen, Wiskunde en Informatica
Universiteit van Amsterdam

15 juli 2011

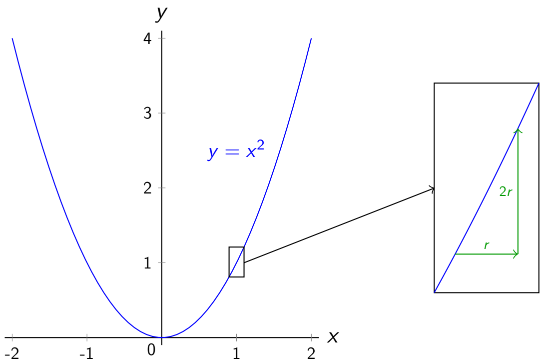
Helling

De lineaire functie $ax + b$ heeft *helling* of *richtingscoëfficiënt* a: als je op de grafiek r naar rechts gaat, ga je ar omhoog.



Helling

De lineaire functie $ax + b$ heeft *helling* of *richtingscoëfficiënt* a: als je op de grafiek r naar rechts gaat, ga je ar omhoog.
Voor niet-lineaire functies verschilt de helling per punt:

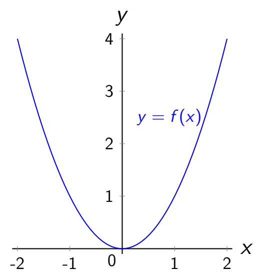


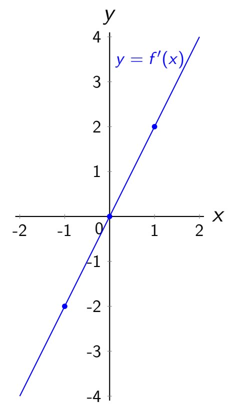
Bij $f(x) = x^2$ vinden we dat de helling in $x = 1$ gelijk is aan 2.
Notatie: $f'(1) = 2$. Zo ook $f'(-1) = -2$, $f'(0) = 0$.

Afgeleide functie

De *afgeleide* $f'(x)$ van een functie f geeft de helling van f in het punt $\big(x, f(x)\big)$.

$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}
c	0

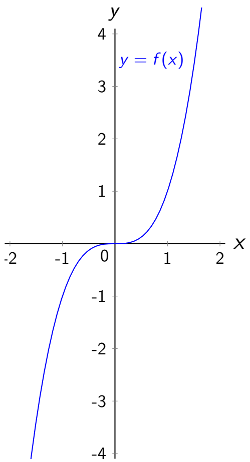


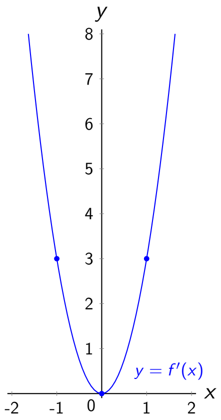


Afgeleide functie

De *afgeleide* $f'(x)$ van een functie f geeft de helling van f in het punt $(x, f(x))$.

$f(x)$	$f'(x)$
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}
c	0





Voorbeelden van afgeleides

Bij het berekenen van afgeleides gebruiken we:

$$[f(x)+g(x)]' = f'(x)+g'(x)$$
$$[af(x)]' = af'(x).$$

$$k(x) = x^2 + x$$
$$k'(x) = 2x+1$$

$$\ell(x) = 3x^3$$
$$\ell'(x) = 3\cdot 3x^2 = 9x^2$$

$f(x)$	$f'(x)$
b	0
x	1
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}

Voorbeelden van afgeleides

Bij het berekenen van afgeleides gebruiken we:

$$[f(x)+g(x)]' = f'(x)+g'(x)$$
$$[af(x)]' = af'(x).$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 6$$
$$f'(x) = 2x - 3$$

$$g(x) = 4x^4 - 2x$$
$$g'(x) = 16x^3 - 2$$

$$h(x) = (3x-1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$$
$$h'(x) = 18x - 6$$

$f(x)$	$f'(x)$
b	0
x	1
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}

Voorbeelden van afgeleides

Bij het berekenen van afgeleides gebruiken we:

$$[f(x)+g(x)]' = f'(x)+g'(x)$$
$$[af(x)]' = af'(x).$$

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$
$$f'(x) = \tfrac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \tfrac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{x^{1/2}} = \tfrac{1}{2\sqrt{x}}.$$

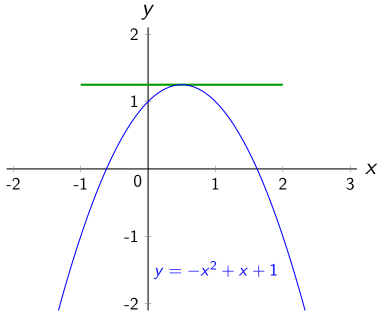
$$g(x) = \tfrac{1}{x} = x^{-1}$$
$$g'(x) = -1\cdot x^{-2} = -\tfrac{1}{x^2}$$

$f(x)$	$f'(x)$
b	0
x	1
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
x^n	nx^{n-1}

We zoeken de top van $f(x) = -x^2 + x + 1$. Als $\big(a, f(a)\big)$ een top is, dan is $f'(a) = 0$, dus we lossen op

$$0 = f'(x) = -2x + 1 \quad \Rightarrow \quad 2x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \tfrac{1}{2}.$$

Dit geeft de x-coördinaat van de top. De y-coördinaat wordt gegeven door $f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{4}$.

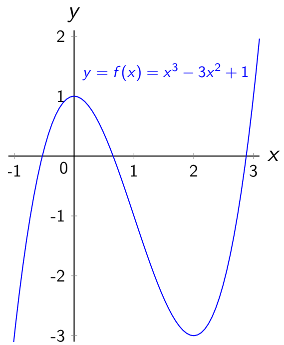


$f(x)$	$f'(x)$
b	0
x	1
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}

We vinden toppen door op te lossen $f'(x) = 0$. Voorbeeld:

$$0 = f'(x) = 3x^2 - 6x = x(3x - 6) \quad \Rightarrow \quad x = 0 \quad \text{of} \quad x = 2.$$

De bijbehorende y-coördinaten worden gegeven door $f(0) = 1$ en $f(2) = 8 - 3 \cdot 4 + 1 = -3$. De toppen zijn $(0, 1)$ en $(2, -3)$.



$f(x)$	$f'(x)$
b	0
x	1
x^2	$2x$
x^n	nx^{n-1}