

Lever alleen dit blaadje in. Gebruik geen schriften, syllabi of andere hulpmiddelen.

Naam: _____ Studentnummer: _____

Opgave 1. Bekijk de rij functies $f_n(x) = \frac{1}{ne^x}$ op $(-\infty, 0]$.

(a) Laat zien dat $f_n \rightarrow 0$ uniform op elk interval $(-a, 0]$ met $a > 0$. (1 pt)

(b) Toon aan dat f_n niet uniform convergeert op heel $(-\infty, 0]$. (2 pt)

Opgave 2. Zij (f_n) een rij begrensde functies op een $S \subseteq \mathbb{R}$. Bewijs: als (f_n) uniform convergeert naar f , dan is f ook begrensd. (3 pt)

Opgave 3. *Herinner:* $\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r}$ voor $|r| < 1$ en $[\operatorname{arccot} x]' = -\frac{1}{1+x^2}$ (de arccotangens is de inverse van $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$).

(a) Toon aan dat $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} x^{2n} = -\frac{1}{1+x^2}$ voor $x \in (-1, 1)$. (1 pt)

(b) Toon aan dat $\operatorname{arccot} x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n+1} x^{2n+1}$ voor $x \in (-1, 1)$. (1 pt)

(c) Toon aan dat de reeks uit (b) ook convergeert in $x = 1$. Geef hiermee een uitdrukking voor π . (1 pt)