

Lever alleen dit blaadje in. Gebruik geen schriften, syllabi of andere hulpmiddelen.

Naam: \_\_\_\_\_ Studentnummer: \_\_\_\_\_

**Opgave 1.** Bepaal de volgende limieten. Rechtvaardig je stappen.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{x^2/\sin x}$  (2 pt)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1 - x^2}{x^4 + x^3 + x^2}$  (2 pt)

**Opgave 2.**

- (a) Geef een uitdrukking voor het 4-de orde Taylorpolynoom in 0 van een  $C^\infty$ -functie  $f$ .  
(1 pt)

(b) Laat zien dat het vierde orde Taylorpolynoom van  $\log(1+x)$  in 0 gelijk is aan  $P_4(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}$ . (1 pt)

(c) Geef een uitdrukking voor de restterm  $R_5(x) = \log(1+x) - P_4(x)$ . Laat zien dat deze voldoet aan  $|R_5(x)| \leq \frac{1}{5}|x|^5$  voor  $x \in [0, 1)$ . (1.5 pt)

(d) Geef het  $n$ -de orde Taylorpolynoom  $P_n$  van  $\log(1+x)$  in 0. Leg uit waarom  $P_n(x) \rightarrow \log(1+x)$  op  $[0, 1)$  als  $n \rightarrow \infty$ . (1.5 pt)