Verband tussen afgeleides

$$f=\begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_\ell \end{bmatrix} \text{ met } f_\ell : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$$

Zij $f : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^\ell$ een differentieerbare afbeelding.

- Dan geldt $f(\vec{a}+\vec{h}) - f(\vec{a}) = f'(\vec{a})\vec{h} + o(\|\vec{h}\|)$ voor $\vec{h} \to \vec{0}$.

$$f_i(\vec a+\vec h)-f_i(\vec a) = (f'(\vec a))_i\,\vec h + o(\|\vec h\|)$$

- Dus is f_i differentieerbaar met $f_i'(\vec{a}) = \big(f'(\vec{a})\big)_i$.
- Neem nu $\vec{h} = t\vec{e}_j$ met $t \in \mathbb{R}$:

$$D_j f_i(\vec a) := \lim_{t\to 0} \frac{f_i(\vec a + t\vec e_j) - f_i(\vec a)}{t} = f_i'(\vec a)\,\vec e_j$$

$$\begin{array}{c} D_1 \quad \cdots \quad D_k \\ f'(\vec a) = \begin{bmatrix} f_1'(\vec a) \\ \vdots \\ f_\ell'(\vec a) \end{bmatrix} = \big(D_j f_i(\vec a)\big)_{i,j} \end{array}$$

Richtingsafgeleide

Zij $f : \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}$ een differentieerbare afbeelding en $\vec{u} \in \mathbb{R}^k$.

- Dan geldt $f(\vec{a}+\vec{h}) - f(\vec{a}) = f'(\vec{a})\vec{h} + o(\|\vec{h}\|)$ voor $\vec{h} \to \vec{0}$.
- Neem nu $\vec{h} = t\vec{u}$ met $t \in \mathbb{R}$:

$$D_{\vec u} f(\vec a) := \lim_{t\to 0} \frac{f(\vec a + t\vec u) - f(\vec a)}{t} = f'(\vec a)\,\vec u$$