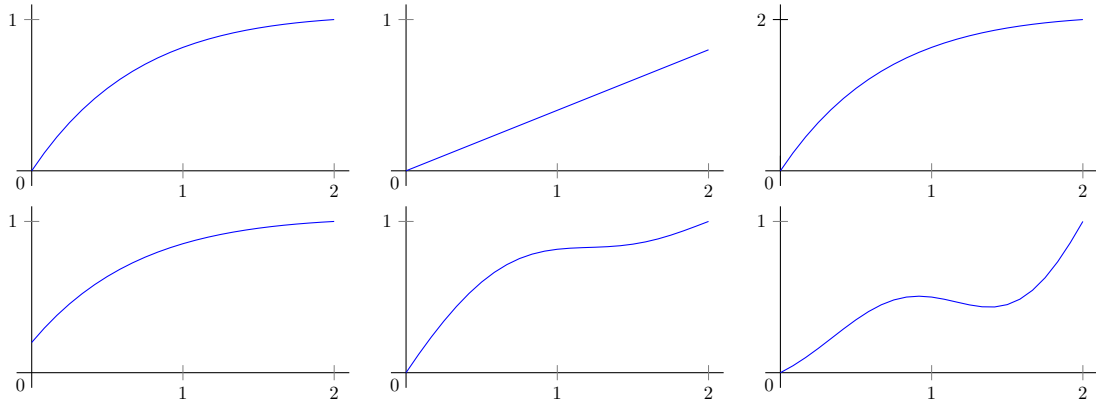


11 Opgaven: toevalsvariabelen en kansverdelingen

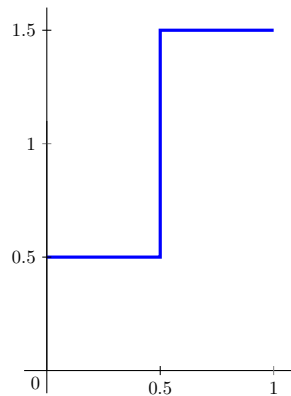
Opgave 11.1. Welke van de volgende functies kunnen *geen* verdelingsfunctie zijn van een continue toevalsvariabele die waarden tussen 0 en 2 aanneemt?



Opgave 11.2. Stel dat de toevalsvariabele Y waarden aanneemt tussen 0 en 1 met verdelingsfunctie $F(x) = x^2$. Bereken de volgende kansen:

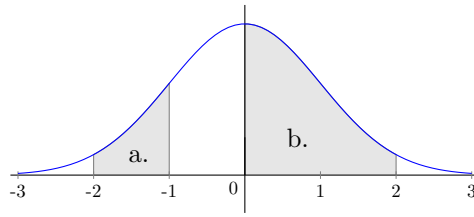
- $P(Y \leq \frac{1}{2})$
- $P(Y > \frac{1}{2})$
- $P(\frac{1}{4} \leq X \leq \frac{3}{4})$

Opgave 11.3. Stel dat de toevalsvariabele X waarden aanneemt tussen 0 en 1 met de volgende dichtheid:

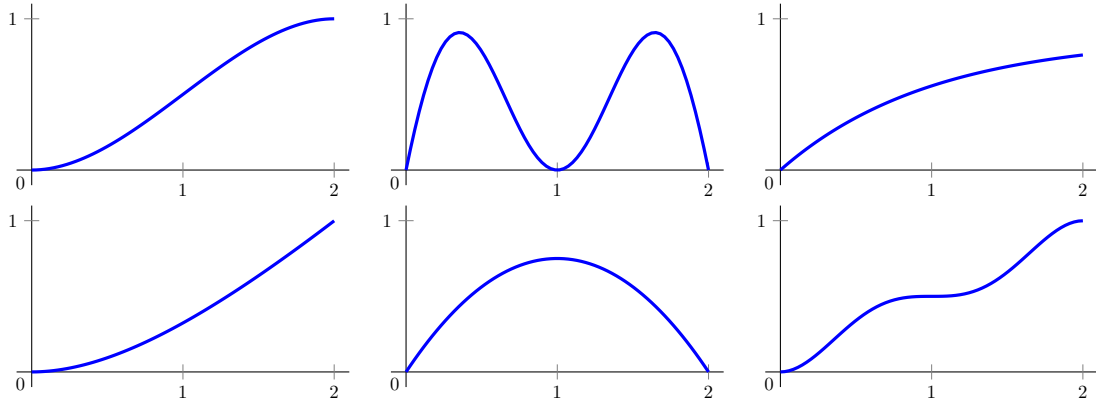


- Ga na dat dit een dichtheidskromme is.
- Bepaal $P(X \leq 0.5)$.
- Bepaal $P(X > 0.75)$.
- Bepaal $P(0.25 \leq X \leq 0.75)$.

Opgave 11.4. Stel dat de volgende grafiek de dichtheidskromme is van een toevalsvariabele Y . Welke kansen stellen de gearceerde oppervlaktes voor?



Opgave 11.5. Deze oefeningen gaat over de volgende zes dichtheden en verdelingsfuncties:

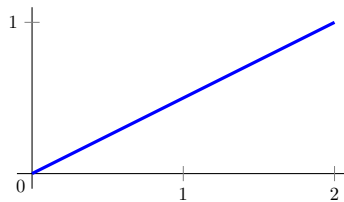


- Geef bij elke grafiek aan of het om een dichtheid of verdelingsfunctie gaat.
- Welke dichtheid hoort bij welke verdelingsfunctie? Vind de drie paren.

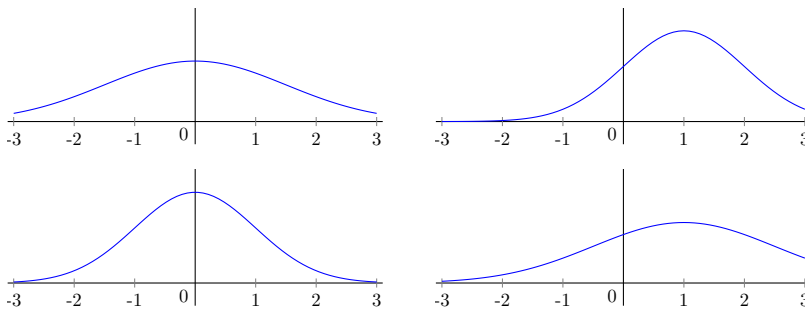
Opgave 11.6. De verdelingsfunctie van een toevalsvariabele Y die waarden tussen 0 en 1 aanneemt wordt gegeven door $F(x) = x(2^x - c)$. Wat is c ? Ga na dit dit een verdelingsfunctie is.

Opgave 11.7. Stel dat een continue toevalsvariabele X waarden aanneemt tussen 0 en 2 met verdelingsfunctie $F(x) = \frac{1}{8}x^3$. Wat is de dichtheid?

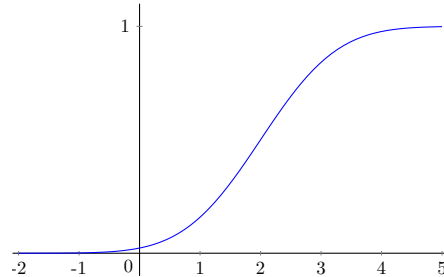
Opgave 11.8. Stel dat de toevalsvariabele Z waarden aanneemt tussen 0 en 2 met dichtheid gegeven door de functie $f(x) = \frac{1}{2}x$, beneden afgebeeld. Schets de verdelingsfunctie. Kun je een formule voor deze functie geven?



Opgave 11.9. Hieronder zijn vier dichtheden van normale verdelingen afgebeeld, met μ gelijk aan 0 of 1 en σ gelijk aan 1 of $3/2$. Welke parameterwaarden horen bij welke grafiek?

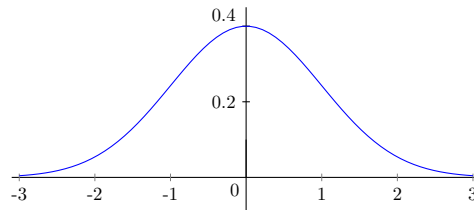


Opgave 11.10. Onderstaande grafiek geeft de verdelingsfunctie van een normale verdeling. Wat is μ ?



Opgave 11.11. We hebben gezien hoe we de verwachtingswaarde definiëren voor een binomiaal verdeelde toevalvariabele. In deze oefening bekijken we verwachtingen van een paar andere stochasten.

- We gooien een (eerlijke) munt en nemen C gelijk aan 1 bij kop en 0 bij munt. Wat is EC , d.w.z. wat verwachten we te zien als we het experiment heel vaak uitvoeren en het gemiddelde nemen?
- Wat als de munt niet eerlijk is, bijvoorbeeld als de kans op kop gelijk is aan 0.7? Wat als deze kans gelijk is aan p ?
- Laat D de uitkomst zijn van rollen met een dobbelsteen. Wat is ED ?
- Stel dat R zo is dat $P(R = 5) = 0.8$ en $P(R = 1) = 0.2$. Wat is ER ?
- Stel dat X standaardnormaal verdeeld, dus volgens de onderstaande dichtheid. Wat is EX ? En als $\mu \neq 0$?



Opgave 11.12. Als X en Y stochasten zijn met $EX = 5$ en $EY = 3$, wat is dan $E(3X)$? En $E(X + Y)$? Verklaar je antwoorden. In het algemeen, wat is $E(aX + bY)$?