13 Oplossingen: statistiek en extra

Opgave 13.1.

1. The mean is $\frac{3+5+7+5+8+8}{6} = \frac{36}{6} = 6$. The standard deviation is

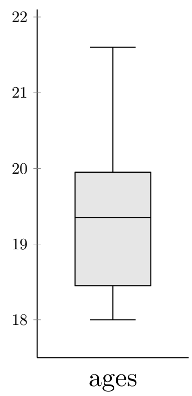
$$\sqrt{\frac{3^2+1^2+1^2+1^2+2^2+2^2}{5}} = \sqrt{\frac{20}{5}} = \sqrt{4} = 2.$$

2. The mean also increases by one. The standard deviation stays the same: it measures spread, and this new dataset has exactly the same spread as the old one. Mathematically, we can see this by looking at the differences $x_i - \bar{x}$. If we add 1 to the x_i and to the $\bar{x}$, the result does not change.

Opgave 13.2.

1. The median is 3 and the mean is $\frac{15}{5} = 3$.
2. Anything below 3.
3. None!
4. 4
5. 7

Opgave 13.3. The median is 19.35 the quartiles are 18.45 and 19.95. The minimum is 18.0 and the maximum is 21.6. We get



Opgave 13.4.

a. W and L are continuous, A and N are discrete.

b. This appears to be continuous, but perhaps it is really discrete. Can you think of why?

Opgave 13.5. Een mogelijkheid: vindplaats is nominiaal, datum interval, periode ordinaal, grootte ratio en staat ordinaal.

Opgave 13.6.

a. Smallest is if all observations are the same, for example $[0, 0, 0, 0]$. Of course, any other number works as well instead of 0, so there are 11 possible choices.

b. To get large standard deviation, spread should be maximal, so we should take $[0, 0, 10, 10]$. There are no other possibilities.

c. See above.

d. We start out with $[?, ?, 10, ?, ?]$ (where the last two question marks should be ≥ 10 and the first two ≤ 10). We want to mean to be smaller, so don't want large observations: $[?, ?, 10, 10, 10]$. Now the sum is 30 and to get a mean of 7 we need a sum of $7 \cdot 5 = 35$. So we could take $[2, 3, 10, 10, 10]$.

e. If we have a dataset of six values, the third quartile is just the fifth value. However, the mean can still become very large if the last value is large. So take $[0, 0, 0, 0, 0, 600]$. This has third quartile 0 and mean $\frac{600}{6} = 100$.

Opgave 13.7.

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^8$

b. De kans dat een appel niet giftig is, is $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$. De kans dat ze allemaal niet giftig zijn is $\left(\frac{4}{5}\right)^8$.

c. Dit is een binomiale kans:

$$P(\text{aantal giftig} = 1) = \binom{8}{1}\left(\frac{1}{5}\right)^1\left(\frac{4}{5}\right)^7 = 8 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7.$$

(De kans op een uitkomst met 1 giftige appel is $\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7$ en er zijn 8 van zulke uitkomsten.)

d. We hebben

$$P(\text{aantal giftig} < 2) = P(\text{aantal giftig } = 0) + P(\text{aantal giftig} = 1) = \left(\frac{4}{5}\right)^8 + 8 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7.$$

e. We gebruiken de complementregel:

$$P(\text{aantal giftig} \geq 2) = 1 - P(\text{aantal giftig} < 2) = 1 - \left(\left(\frac{4}{5}\right)^8 + 8 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^7\right).$$

f. $\frac{8}{5}$

Opgave 13.8.

a. Er zijn $9 \cdot 8 = 72$ manieren om 2 dieren te pakken. Er zijn twee mogelijke volgordes met een olifant en een alligator: OA en AO. Per volgorde zijn er $6 \cdot 3 = 18$ manieren (6 alligators en 3 olifanten). In totaal zijn er dus $2 \cdot 18 = 36$ manieren. De gevragde kans is $\frac{36}{72} = \frac{1}{2}$.

b. Dit is een binomiale verdeling:

$$P(\text{aantal successen } = 4) = \binom{5}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^1 = 5 \cdot \frac{1}{32} = \frac{5}{32}.$$

Opgave 13.9.

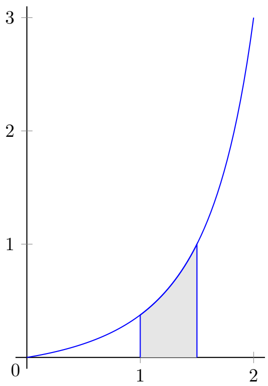
a. We nemen de afgeleide met de quotiëntregel:

$$F'(x) = \frac{4(3-x)^2 \cdot 2x - x^2\left[4(3-x)^2\right]'}{\left(4(3-x)^2\right)^2} = \frac{8x(3-x)^2 - x^2\left[4(3-x)^2\right]'}{16(3-x)^4}.$$

Om dat afgeleide van $g(x) = 4(3-x)^2$ te berekenen gebruiken we de kettingregel met $u = 3-x$. Dan is $g(u) = 4u^2$, dus $g'(u) = 8u$. Met $u' = -1$ geeft dit $g'(x) = 8u \cdot -1 = -8(3-x)$. We vullen dit in en delen boven en onder door $(3-x)$:

$$F'(x) = \frac{8x(3-x)^2 - x^2 \cdot -8(3-x)}{16(3-x)^4} = F'(x) = \frac{8x(3-x) + 8x^2}{16(3-x)^3}$$
$$= \frac{24x - 8x^2 + 8x^2}{16(3-x)^3} = \frac{24x}{16(3-x)^3} = \frac{3x}{2(3-x)^3}.$$

b.



c. Het gaat om de gearceerde oppervlakte in de grafiek. Deze is ongeveer 0.2.

d. Er geldt

$$P(1 \leq Y \leq 1.5) = F(1.5) - F(1) = 0.25 - 0.0625 = 0.1875.$$

Opgave 13.10.

a. $P(X \leq 0.5)$ (of $P(0 \leq X \leq 0.5)$)

b. $P(Y > 0.5) = 1 - P(Y \leq 0.5) = 1 - 0.82 = 0.18$. In het plaatje zien we dat de oppervlakte rechts van 0.75 precies de helft is van die tussen 0.5 en 1. Dus $P(Y \leq 0.75) = 0.18/2 = 0.09$.

c. De eerste. Hij moet bij 1 eindigen, mag niet dalen en hij moet plat lopen (helling 0 hebben) wanneer in 0.75 omdat de dichtheid daar 0 is.