UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM
FACULTEIT FNWI

Toets Wiskunde B
20 april 2017, 10.00-13.00 u

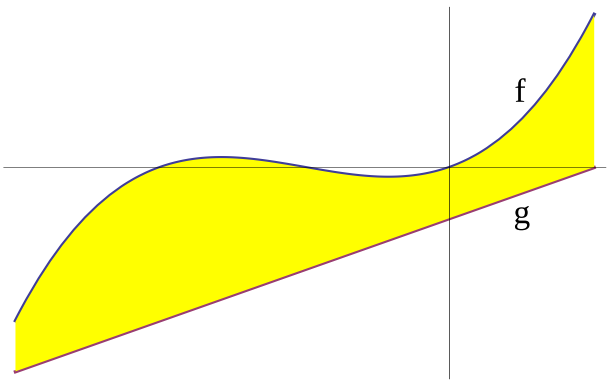
Het gebruik van een formulekaart en een rekenmachine is niet toegestaan.

---

1. De twee functies f en g worden gegeven door

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 2x \quad \text{en} \quad g(x) = 2x - 2$$

In Figuur 1 zijn de grafieken van $f(x)$ en $g(x)$ voor x tussen -3 en 1 getekend.



Figuur 1: De grafieken van de functies f en g.

(a) Bereken exact de nulpunten van f.

(b) Bereken exact het maximum en minimum van de functie f.

(c) Voor welke x tussen -3 en 0 is de verticale afstand tussen f en g maximaal?

(d) Bereken exact de oppervlakte van het gearceerde gebied, d.w.z. het gebied ingesloten door de grafieken van de twee functies en de verticale lijnen $x = -3$ en $x = 1$?

(e) Voor welke twee waarden van c is de lijn met vergelijking $y = cx$ een raaklijn door een punt op de grafiek van f?

2. Hieronder zijn twee functies f en g gegeven.
Doe voor elke functie het volgende:
Bepaal

   - voor welke waarden van x de functie gedefinieerd is en welke waarden de functie aan kan nemen (met andere woorden: bepaal het domein en bereik);
   - de nulpunten (exact resultaat gevraagd);
   - de afgeleide van de functie;
   - de minima en maxima (exact resultaat gevraagd);
   - een schets van de grafiek van de functie.

   (a)
$$f(x) = \frac{3x-2}{x-2}$$

   (b)
$$g(x) = \frac{\ln(x)}{x}$$

3. Los exact op:

   (a)
$$\sin(x) = \tfrac{1}{2}\sqrt{3}$$

   (b)
$$\sin(2x) = \sin(x)$$

   (c)
$$x^2 - x - 2 < 0$$

   (d)
$$e^{-2x} - e^{-x} - 2 < 0$$

   (e)
$$\frac{1}{1+2e^{-3t}} = \frac{1}{2}$$

4. Differentieer de volgende functies

   (a)
   $$f(x) = xe^{-2x}$$

   (b)
   $$g(x) = \sqrt{\ln(x)}$$

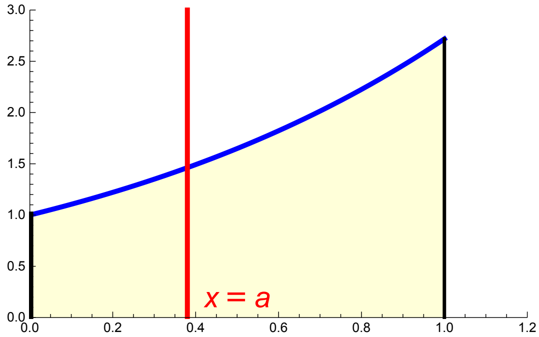
   (c)
   $$h(x) = \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)}$$

5. Bereken de volgende integralen.

   (a)
   $$\int_1^2 \frac{1}{2x-1}\, dx$$

   (b)
   $$\int_0^{2\pi} \cos(x - \pi)\, dx$$

6. We bekijken het gebied ingesloten door de functie $f(x) = e^x$, de x-as, de y-as en de verticale lijn $x = 1$. Voor welke waarde van a scheidt de verticale lijn $x = a$ dit gebied in twee stukken van gelijke oppervlakte? Figuur 2 is een bijpassende situatieschets.



Figuur 2: Situatieschets.