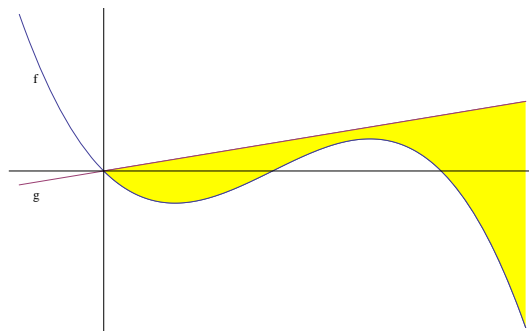


Het gebruik van een formulekaart is niet toegestaan.
Alleen het gebruik van een “gewone” eenvoudige rekenmachine is toegestaan.
Het maximale aantal punten (per onderdeel) van een vraag staat steeds tussen rechte haakjes aan het einde van de vraag vermeld.

1. De twee functies f en g op het gebied $[-\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}]$ worden gegeven door

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x \quad \text{en} \quad g(x) = \frac{1}{3}x.$$

In Figuur 1 zijn de grafieken van f en g getekend.



Figuur 1: De grafieken van de functies f en g .

- (a) Bereken exact de nulpunten van f . [4p]
- (b) Bepaal exact het maximum en minimum van de functie f . [7p]
- (c) Voor welke x tussen $\frac{1}{2}$ en $2\frac{1}{2}$ is de verticale afstand tussen f en g minimaal? [6p]
- (d) Bereken exact de oppervlakte van het gearceerde gebied, d.w.z. het gebied ingesloten door de twee functies op het segment $[0, 2\frac{1}{2}]$. [3p]
- (e) Voor welke twee waarden van c is de lijn met vergelijking $y = cx$ een raaklijn door een punt op de grafiek van f ? [3p]

2. Gegeven is de functie $f(x) = x \sin(x)$.

(a) Laat zien dat $f(x) + f(-x) \leq 2x$. [3p]

(b) Bepaal de tweede afgeleide van $f(x)$. [3p]

(c) Bereken $f''(\frac{\pi}{4})$ en $f''(\frac{\pi}{2})$ en leg daarmee uit dat de functie f een buigpunt heeft op het interval $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$. [5p]

3. Bepaal exact het *domein*, *bereik*, de *nulpunten*, en de *minima* en *maxima* van de volgende functies.

(a)

$$f(x) = \frac{3x - 2}{x - 2} \quad [5p]$$

(b)

$$g(x) = \frac{\ln(x)}{x} \quad [8p]$$

4. Los exact op:

(a)

$$\frac{2}{x^2 + x} = \frac{7}{x^2 + 2x} \quad [5p]$$

(b)

$$9 \ln(x) - x^2 \ln(x) = 0 \quad [3p]$$

(c)

$$e^{4x} - e^{2x} < 0 \quad [6p]$$

(d)

$$\sin(x - \frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2}\sqrt{2} \quad [3p]$$

(e)

$$\sin(2x) - \sqrt{3} \sin(x) = 0 \quad [5p]$$

5. Differentieer de volgende functie:

$$f(x) = \ln(1 + e^{2x}) \quad [4p]$$

6. Bereken de volgende integralen en vereenvoudig je antwoord zoveel mogelijk:

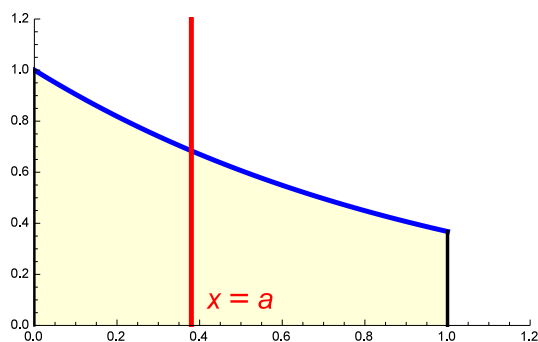
(a)

$$\int_0^1 (x + 1)^2 dx \quad [4p]$$

(b)

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{2t + 3} dt \quad [5p]$$

7. We bekijken het gebied ingesloten door de functie $f(x) = e^{-x}$, de x -as, de y -as en de verticale lijn $x = 1$. Voor welke waarde van a scheidt de verticale lijn $x = a$ dit gebied in twee stukken van gelijke oppervlakte? Figuur 2 is een bijpassende situatieschets. [8p]



Figuur 2: Situatieschets.