

## 11 Extra opgaven: differentiëren en integreren

**Opgave 11.1.** Differentieer

- |               |                       |                 |
|---------------|-----------------------|-----------------|
| a. $e^x$      | e. $\sin(3x - 1)$     | i. $(2 - 3x)^6$ |
| b. $e^{5x}$   | f. ${}^3\log(3 - 2x)$ | j. $\ln x$      |
| c. $e^{x+2}$  | g. $2^{-x}$           | k. $\ln(-x)$    |
| d. $e^{5x+2}$ | h. $(5 - x)^{18}$     | l. $\ln(3x)$    |

**Opgave 11.2.** We zagen bij het laatste onderdeel van opgave 1 dat  $[\ln(3x)]' = [\ln x]'$ . Verklaar dit met behulp van de rekenregels voor de logaritme.

**Opgave 11.3.** Geef een primitieve

- |              |               |                   |
|--------------|---------------|-------------------|
| a. $e^x$     | d. $e^{5x+2}$ | g. $(5 - x)^{18}$ |
| b. $e^{5x}$  | e. $\sin(3x)$ | h. $(2 - 3x)^6$   |
| c. $e^{x+2}$ | f. $2^{-x}$   | i. $\cos(2\pi x)$ |

**Opgave 11.4.** Differentieer

- |                        |                                |                               |
|------------------------|--------------------------------|-------------------------------|
| a. $e^{x^2}$           | d. $x^2 \ln(\sqrt{x})$         | g. $e^{2x} \cos(\sin x)$      |
| b. $xe^{x^2}$          | e. $(3 - \sqrt{x})^3$          | h. $\sqrt[3]{x} \cdot 2^{6x}$ |
| c. $\frac{x}{e^{x^2}}$ | f. $2(\cos x)(3 - \sqrt{x})^3$ | i. $\ln(5 - e^x)$             |

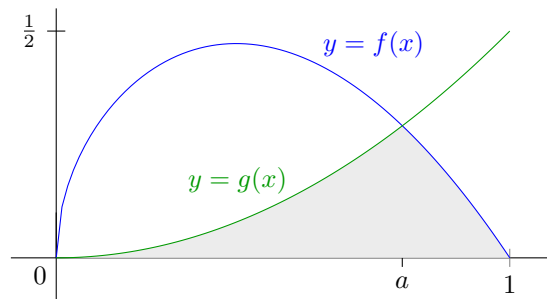
**Opgave 11.5.** Bereken

- |                                     |                             |                               |
|-------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| a. $\int_0^1 x\sqrt{x} dx$          | c. $\int_1^2 \sqrt{x+8} dx$ | e. $\int_0^1 \cos(7\pi x) dx$ |
| b. $\int_0^{2\pi} \sin(x + \pi) dx$ | d. $\int_{-1}^1 e^{3x} dx$  | f. $\int_0^1 2^{-x} dx$       |

**Opgave 11.6.** Bepaal de tweede afgeleide en vereenvoudig

- |                                 |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| a. $\frac{x^2 - 5x + 3}{x - 2}$ | b. $\frac{x^2 - x + 1}{x + 3}$ |
|---------------------------------|--------------------------------|

**Opgave 11.7.** Bekijk  $f(x) = \sqrt{x} - x^2$  en  $g(x) = \frac{1}{2}x^2$ :



- Bepaal de  $x$ -coördinaat  $a$  van het snijpunt.
- Vind de coördinaten van de top van  $f$ .
- In welk punt is de afstand tussen  $f$  en  $g$  maximaal?
- Bepaal de oppervlakte van het gebied tussen  $f$  en  $g$  en de lijnen  $x = 0$  en  $x = a$ .
- Bepaal de gearceerde oppervlakte.
- Stel de vergelijking op van de raaklijn aan  $f$  in het punt met  $x$ -coördinaat  $\frac{1}{2}$ .
- In welk punt heeft de raaklijn aan  $g$  richtingscoëfficiënt  $1/e$ ?

## 11 Antwoorden extra opgaven: differentiëren en integreren

### Opgave 11.1.

- |                |                              |                    |
|----------------|------------------------------|--------------------|
| a. $e^x$       | e. $3 \cos(3x - 1)$          | i. $-18(2 - 3x)^5$ |
| b. $5e^{5x}$   | f. $\frac{-2}{(3-2x) \ln 3}$ | j. $\frac{1}{x}$   |
| c. $e^{x+2}$   | g. $-\ln(2)2^{-x}$           | k. $\frac{1}{x}$   |
| d. $5e^{5x+2}$ | h. $-18(5 - x)^{17}$         | l. $\frac{1}{x}$   |

**Opgave 11.2.** We hebben  $\ln(3x) = \ln(3) + \ln(x)$  en  $\ln(3)$  is een constante, dus de afgeleide ervan is gelijk aan nul. Wat overblijft is de afgeleide van  $\ln(x)$ .

### Opgave 11.3.

- |                        |                              |                                  |
|------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| a. $e^x$               | d. $\frac{1}{5}e^{5x+2}$     | g. $-\frac{1}{19}(5 - x)^{19}$   |
| b. $\frac{1}{5}e^{5x}$ | e. $-\frac{1}{3} \cos(3x)$   | h. $-\frac{1}{21}(2 - 3x)^7$     |
| c. $e^{x+2}$           | f. $-\frac{1}{\ln(2)}2^{-x}$ | i. $\frac{1}{2\pi} \sin(2\pi x)$ |

### Opgave 11.4.

- |   |   |
|---|---|
| a. $2xe^{x^2}$                            | f. $2(\sqrt{x}-3)^2 \left( (\sin x)(\sqrt{x}-3) + (\cos x)\frac{-3}{2\sqrt{x}} \right)$ |
| b. $e^{x^2}(1 + 2x^2)$                    | g. $2e^{2x} \cos(\sin x) - e^{2x} \sin(\sin x) \cos(x)$                                 |
| c. $\frac{1 - 2x^2}{e^{x^2}}$             | h. $\frac{2^{6x}}{3\sqrt[3]{x^2}} + 6\sqrt[3]{x} \cdot 2^{6x} \cdot \ln(2)$             |
| d. $2x \ln(\sqrt{x}) + \frac{x}{2}$       | i. $\frac{-e^x}{5 - e^x}$   |
| e. $-\frac{3(3 - \sqrt{x})^2}{2\sqrt{x}}$ |   |

### Opgave 11.5.

- |                  |                                  |                        |
|------------------|----------------------------------|------------------------|
| a. $\frac{2}{5}$ | c. $\frac{2\sqrt{1000}}{3} - 18$ | e. 0                   |
| b. 0             | d. $\frac{1}{3}(e^3 - e^{-3})$   | f. $\frac{1}{2 \ln 2}$ |

### Opgave 11.6.

- |                         |                         |
|-------------------------|-------------------------|
| a. $-\frac{6}{(x-2)^3}$ | b. $\frac{26}{(x+3)^3}$ |
|-------------------------|-------------------------|

### Opgave 11.7.

- a.  $x = \left(\frac{2}{3}\right)^{2/3} = \sqrt[3]{\frac{4}{9}}$
- b.  $\left(\frac{1}{4^{2/3}}, \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4^{1/3}}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{16}}, \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)$
- c. De afstand is maximaal bij  $x = 6^{-2/3} = \frac{1}{\sqrt[3]{36}}$
- d. De oppervlakte is gelijk aan  $\frac{2}{9}$
- e. De gearceerde oppervlakte is  $\frac{1}{9}$
- f.  $y = \frac{\sqrt{2}-2}{2} \cdot x + \frac{\sqrt{2}+1}{4}$
- g. In het punt met  $x$ -coördinaat  $\frac{1}{e}$