

Zomercursus Wiskunde B

Week 3, les 1

Jolien Oomens
J.J.Oomens@uva.nl

Korteweg-de Vries Instituut voor Wiskunde
Faculteit der Natuurwetenschappen, Wiskunde en Informatica
Universiteit van Amsterdam



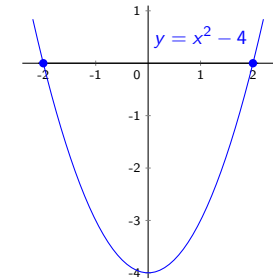
17 juli 2017

Domein

Het *domein* van een functie f bestaat uit alle x waarvoor $f(x)$ gedefinieerd is.

| $f(x)$ | Domein |
|-------------------------------------|------------------------------|
| $x^3 - 3x$ | \mathbb{R} (alle getallen) |
| \sqrt{x} | $x \geq 0$ |
| $\cos x - 2^x$ | \mathbb{R} |
| $\sqrt{x+4}$ | $x \geq -4$ |
| ${}^2\log(2x-3)$ | $x > \frac{3}{2}$ |
| $\frac{\cos x + 4}{x - 4}$ | $x \neq 4$ |
| $x \ln(x^2 - 4)$ | $x > 2$ of $x < -2$ |
| $\frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + 2x - 3}$ | $x \geq 0$ en $x \neq 1$ |
| x^{-1} | $x \neq 0$ |

We lossen op $x^2 - 4 > 0$. De vergelijking $x^2 - 4 = 0$ heeft als oplossingen ± 2 . Plaatje:



Domein

Het *domein* van een functie f bestaat uit alle x waarvoor $f(x)$ gedefinieerd is.

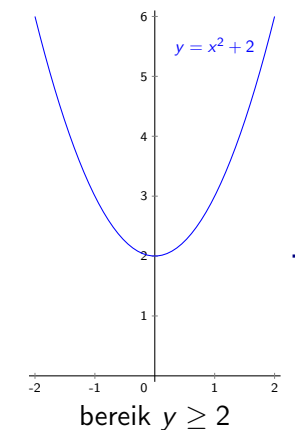
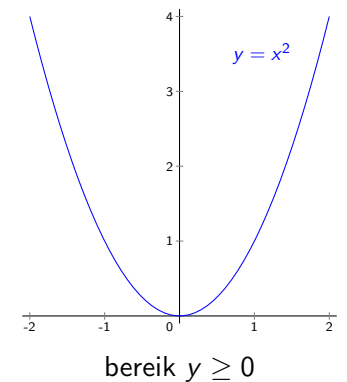
| $f(x)$ | Domein |
|-------------------------------------|------------------------------|
| $x^3 - 3x$ | \mathbb{R} (alle getallen) |
| \sqrt{x} | $x \geq 0$ |
| $\cos x - 2^x$ | \mathbb{R} |
| $\sqrt{x+4}$ | $x \geq -4$ |
| ${}^2\log(2x-3)$ | $x > \frac{3}{2}$ |
| $\frac{\cos x + 4}{x - 4}$ | $x \neq 4$ |
| $x \ln(x^2 - 4)$ | $x > 2$ of $x < -2$ |
| $\frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + 2x - 3}$ | $x \geq 0$ en $x \neq 1$ |
| x^{-1} | $x \neq 0$ |

In het algemeen

- wat onder een wortel staat moet ≥ 0 zijn
- wat in een logaritme staat moet > 0 zijn
- wat in een noemer staat moet $\neq 0$ zijn

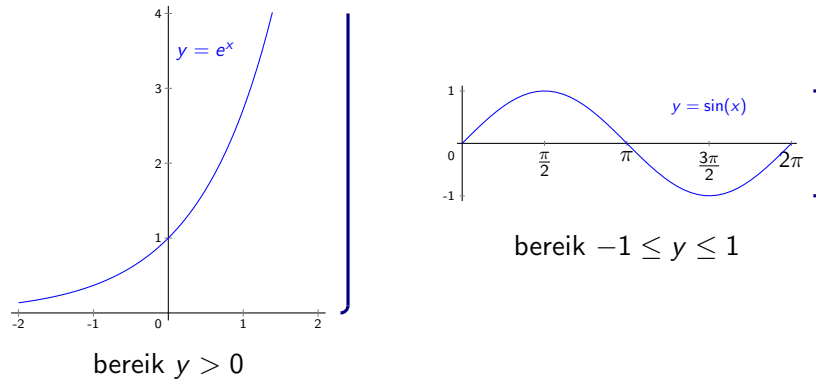
Bereik

Het *bereik* van een functie bestaat uit alle waarden die de functie aanneemt.



Bereik

Het *bereik* van een functie bestaat uit alle waarden die de functie aanneemt.



Functieonderzoek

Bekijk $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

- Domein: $x > 0$.
- Nulpunten: $\ln x = 0$ geeft $x = 1$.
- Toppen: maximum in $(e, 1/e)$.

$$f'(x) = \frac{x \cdot \frac{1}{x} - \ln(x) \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0$$

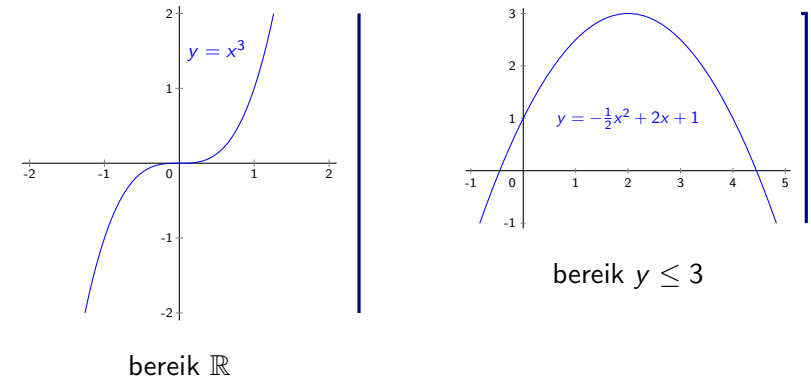
geeft $1 - \ln x = 0 \Rightarrow \ln x = 1 \Rightarrow x = e$. Er geldt

$$f''(x) = \frac{x^2 \cdot (-\frac{1}{x}) - (1 - \ln x)2x}{x^4} = \frac{-x - (1 - \ln x)2x}{x^4},$$

met $f''(e) = \frac{-e}{e^4} < 0$, dus een maximum. Verder is $f(e) = 1/e$.

Bereik

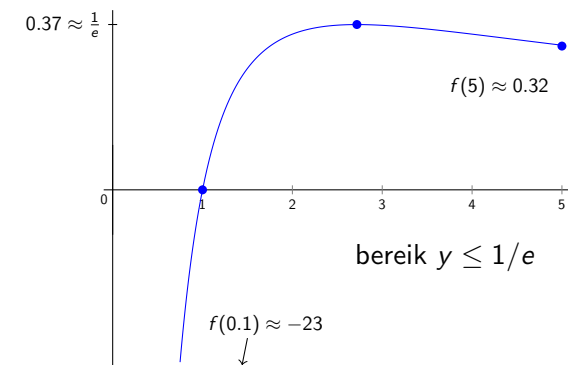
Het *bereik* van een functie bestaat uit alle waarden die de functie aanneemt.



Functieonderzoek

Bekijk $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

- Domein: $x > 0$.
- Nulpunten: $\ln x = 0$ geeft $x = 1$.
- Toppen: maximum in $(e, 1/e)$.



Functieonderzoek

Bekijk $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$.

- Domein: $x \neq -2$ (asymptoot in $x = -2$)
- Toppen: minimum in $(1, 0)$, maximum in $(-5, -12)$

$$\begin{aligned}g'(x) &= \frac{(x+2)(2x-2) - (x^2-2x+1)}{(x+2)^2} \\ &= \frac{2x^2 + 4x - 2x - 4 - x^2 + 2x - 1}{(x+2)^2} \\ &= \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2} = 0.\end{aligned}$$

Dit geeft $(x+5)(x-1) = 0$, dus $x = -5$ of $x = 1$.

Functieonderzoek

Bekijk $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$.

- Domein: $x \neq -2$ (asymptoot in $x = -2$)
- Toppen: minimum in $(1, 0)$, maximum in $(-5, -12)$

$$g'(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2} = 0.$$

Dit geeft $(x+5)(x-1) = 0$, dus $x = -5$ of $x = 1$.

$$\begin{aligned}g''(x) &= \frac{(x+2)^2(2x+4) - (x^2+4x-5) \cdot 2(x+2)}{(x+2)^4} \\ &= \frac{(x+2)(2x+4) - 2(x^2+4x-5)}{(x+2)^3} \\ &= \frac{2x^2 + 4x + 4x + 8 - 2x^2 - 8x + 10}{(x+2)^3} = \frac{18}{(x+2)^3}.\end{aligned}$$

Functieonderzoek

Bekijk $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$.

- Domein: $x \neq -2$ (asymptoot in $x = -2$)
- Toppen: minimum in $(1, 0)$, maximum in $(-5, -12)$

$$g'(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{(x+2)^2} = 0.$$

Dit geeft $(x+5)(x-1) = 0$, dus $x = -5$ of $x = 1$.

$$g''(x) = \frac{18}{(x+2)^3}.$$

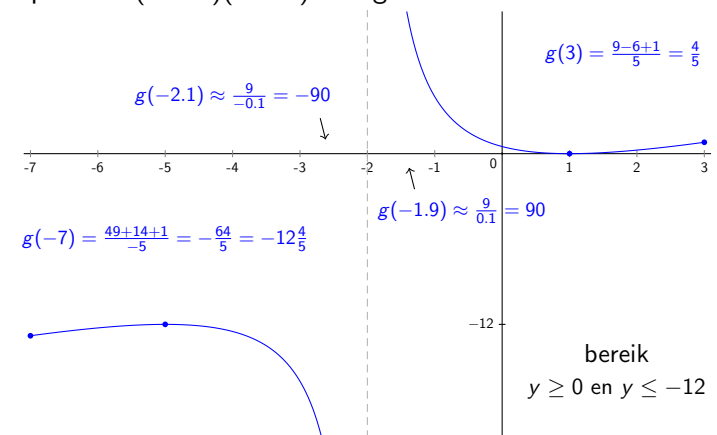
We vinden $g''(1) = 18/3^3 > 0$ en $g''(-5) = 18/(-3)^3 < 0$.

Verder is $g(1) = 0$ en $g(-5) = \frac{25+10+1}{-3} = -\frac{36}{3} = -12$.

Functieonderzoek

Bekijk $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$.

- Domein: $x \neq -2$ (asymptoot in $x = -2$)
- Toppen: minimum in $(1, 0)$, maximum in $(-5, -12)$
- Nulpunten: $(x-1)(x-1) = 0$ geeft $x = 1$



Opgaven

extra

Antwoorden staan op <http://www.bliggy.net/cursusB.html>.

Groepen

De indeling is op basis van je achternaam:

- A t/m D: **zaal A1.06** (Gideon Jager)
- E t/m Kuhl: **zaal A1.30** (Jeroen Eijkens)
- Kuhlhan t/m Seydel: **zaal D1.162** (Sebastian Zur)
- Simsir t/m Z: **zaal D1.115** (Thijs Benjamins)