UNIVERSITEIT VAN AMSTERDAM
FACULTEIT FNWI

Toets Wiskunde B
18 mei 2016, 13.00 - 16.00

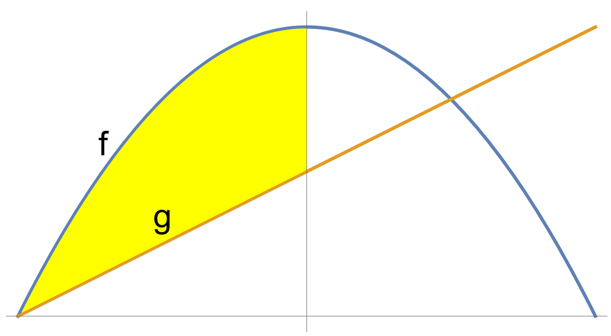
Het gebruik van een formulekaart is niet toegestaan.
De grafische rekenmachine mag gebruikt worden als gewone rekenmachine. Het is niet de bedoeling opgaven op te lossen met behulp van de grafische mogelijkheden van de rekenmachine.

---

1. De twee functies f en g op $[-1, 1]$ worden gegeven door

$$f(x) = 1 - x^2 \quad \text{en} \quad g(x) = \frac{1}{2}(x + 1).$$

In Figuur 1 zijn de grafieken van f en g getekend.



Figuur 1: De grafieken van de functies f en g.

(a) Bereken de snijpunten van f en g.

(b) Bereken de oppervlakte van het gearceerde gebied, links van de y-as, dat begrensd wordt door de y-as, f en g.

(c) De lijn $x = a$, met $-1 \leq a \leq 0$, snijdt zowel f als g in één punt. Voor welke a is de afstand tussen die punten maximaal?

2. Bepaal exact het domein, bereik, de nulpunten, de minima en de maxima van de volgende functies.

   (a)
   $$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

   (b)
   $$f(x) = (x^2 - 3)e^x$$

3. Los exact op:

   (a)
   $$\sin x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$

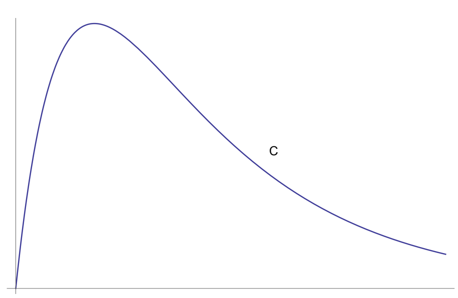
   (b)
   $$e^{2x} + e^x - 2 = 0$$

   (c)
   $$\sin(2x) = \sin(x)$$

   (d)
   $$\frac{2x-1}{x+3} \leq -2x + 1$$

4. Gegeven is de functie $f(x) = (2x-1)\sqrt{2x-1}$. Bereken $f'(1)$.

5. Gegeven is de functie $C(t) = e^{-t} - e^{-3t}$. In Figuur 2 is de grafiek van C getekend.



Figuur 2: De grafiek van de functie C.

De functie $C(t) = e^{-t} - e^{-3t}$ beschrijft de serumconcentratie $C(t)$ van een medicijn in het menselijk lichaam op tijdstip t.

(a) Bereken exact het tijdstip waarop de maximale concentratie bereikt wordt.

(b) Bereken exact de maximale concentratie. Schrijf het antwoord in de eenvoudigste vorm, d.w.z. als een wiskundige uitdrukking zonder e-machten.

(c) Bereken exact $\int_0^{\ln(2)} C(t)\, dt$.

6. Bereken:

(a) de eerste afgeleide van $x \ln(2x)$.

(b) de tweede afgeleide van $\sin(x^2)$.

(c) de primitieve van $2(x+1)^2$.

7. Bereken de volgende integralen:

(a)

$$\int_1^2 \frac{1}{x}\, dx$$

(b)

$$\int_0^1 2^x\, dx$$